1.2 Кодирование чисел в различных системах счисления

Задача 1.2.1 (Задание 1). Сколько значащих нулей в двоичной записи десятичного числа 48?

1) 1
2) 2
3) 6
4) 4

Решение:

Переведём 48 в двоичную систему счисления и сосчитаем количество нулей:

$48_{10} = 32 + 16 = 1*2^5 + 1*2^4 = 110000_2$

Ответ: 4.

Задача 1.2.2 (Задание 1). Двоичным эквивалентом десятичного числа 101 является:

1) 101_2
2) 110101_2
3) 1010011_2
4) 1100101_2

Решение:

Переведём 101 в двоичную систему счисления:

$101_{10} = 64 + 32 + 4 + 1 = 1*2^6 + 1*2^5 + 1*2^2 + 1*2^0 = 1100101_2$

Ответ: 4.

Задача 1.2.3 (Задание 16). Запишите десятичное число 38 в системе счисления с основанием 5. Основание системы счисления (нижний индекс после числа) писать не нужно.

Решение:

Запишем число 38 в виде суммы степеней пятёрки с соответствующими коэффициентами:

$38 = 25 + 10 + 3 = 25 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 1 = 1*5^2 + 2*5^1 + 3*5^0 = 123_5$.

Ответ 123.

Задача 1.2.4 (Задание 1). Двоичное число 110101 соответствует восьмеричному числу

1) 53
2) 35
3) 71
4) 65

Решение:

Переведем число в десятичную систему счисления:

$$110101_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 16 + 4 + 1 = 53.$$

Переведем число в восьмеричную систему счисления, разбив его на триады (группы по три разряда) справа налево:

младшая триада $101_2 = 1 + 4 = 5_{10}$

старшая триада $110_2 = 4 + 2 = 6_{10}$

$5_{10} = 5_8$

$6_{10} = 6_8$

$110101_2 = 65_8$

Правильный ответ указан под номером 4.

Ответ: 4.

Задача 1.2.5 (Задание 1). Как выглядит число $B0C_{16}$ в двоичной системе счисления?

1) 110010001010_2
2) 101100001100_2
3) 101100010001_2
4) 101000011100_2

Решение:

Для решения этого задания можно пойти одним из двух путей: перевести число B0C из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную, а потом в двоичную, или заменить каждый разряд шестнадцатеричной системы на четыре бита двоичной. Так мы и сделаем.

$B_{16} = 11_{10} = 8 + 2 + 1 = 1011_2$,

$0_{16} = 0000_2$,

$C_{16} = 12_{10} = 8 + 4 = 1100_2$,

$B0C_{16} = 101100001100_2$.

Ответ: 2.

Задача 1.2.6 (Задание 16). Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $8^{2020}+ 4^{2017} + 26 – 1$?

Решение:

Преобразуем немного выражение, получим:

$8^{2020}+ 4^{2017} + 26 – 1 = (2^3)^{2020}+ (2^2)^{2017} + 26 – 1 = 2^{6060} + 2^{4034} + 25$

2^{6060} = 100..(всего 6060 нулей)..00_2

2^{4034} = 100..(всего 4034 нулей)..00_2

$25_{10} = 16 + 8 + 1 = 2^4 + 2^3 + 2^0 = 11001_2$

В двоичной записи результат будет выглядеть так:

100..(всего 2025 нулей)..00100..(всего 4029 нулей)..0011001

Всего 5 единиц.

Ответ: 5.

Задача 1.2.7 (Задание 16). Десятичное число 63 в некоторой системе счисления записывается как 120.

Определите основание системы счисления.

Решение:

Напишем формулу перевода десятичного числа 63 в систему счисления с основанием N, в которой оно записывается как 120.

$63_{10} = 1*N^2 + 2*N^1 + 0*N^0 = N^2 + 2N = 120_N$

Отсюда $N^2 + 2N = 63_{10}$

Теперь мы имеем квадратное уравнение с одним неизвестным, решив которое мы найдем N.

Решим его.

$D = 4 – 4*1*(-63) = 256$

$N_1 = (-2 + 16) / 2 = 7$

$N_2 = (-2 - 16) / 2 = -9$

Основание системы счисления не может быть отрицательным, N = 7.

Ответ: 7.

Задача 1.2.8 (Задание 16).

В системе счисления с основанием N запись числа 79_{10} оканчивается на 2, а запись числа 111_{10} — на 1. Чему равно число N?

Решение:

Так как запись чисел оканчивается на 1 и 2, то основание системы счисления не может быть меньше трёх. Последняя цифра в записи числа — это остаток от деления числа на основание системы счисления.

79 / 3 = 26 (ост. 1)

79 / 4 = 19 (ост. 3)

79 / 5 = 15 (ост. 4)

79 / 6 = 13 (ост. 1)

79 / 7 = 11 (ост. 2) – подходит.

111 / 7 = 15 (ост. 6) – не подходит

79 / 8 = 9 (ост.7)

79 / 10 = 7 (ост. 9)

79 / 11 = 7 (ост. 2) – подходит

111 / 11 = 10 (ост. 1) – подходит.

Подбором нашли, что условию удовлетворяет только N = 11.

Ответ: 11.

Задача 1.2.9 (Задание 16). Решите уравнение:

$$101_x + 13_{10} = 101_{x+1}$$

Решение:

Переведём все числа в десятичную систему счисления:

$101_x = 1*x^2 + 1*x^0 = (x^2 + 1)_{10}$,

$101_{x+1} = 1*(x + 1)^2 + 1*(x +1)^0 = ((x + 1)^2 + 1)_{10}$,

Перепишем исходное уравнение:

$(x^2 + 1)_{10} + 13_{10} = ((x + 1)^2 + 1)_{10}$,
$x^2 + 1 + 13 = (x + 1)^2 + 1$,
$x^2 + 14 = x^2 + 2x + 2$,
$2x = 12$,
$x = 6$.
Ответ: 6.